

Calcul du pendage d'un plan de chevauchement sur une grande superficie

Aven du Calernaüm, Alpes-Maritimes

Gilbert FERNANDES¹ et Philippe AUDRA²

(1) SophiTaupes, Section spéléo du Club omnisports de Valbonne (COV), gfe.web@free.fr

(2) Université Côte d'Azur, Polytech'Lab - UPR 7498, Polytech Nice Sophia,
Philippe.AUDRA@univ-cotedazur.fr, <https://orcid.org/0000-0003-0552-8456>

RÉSUMÉ : L'étude des discontinuités structurales est essentielle pour comprendre la géométrie des massifs et des aquifères karstiques, ainsi que l'orientation des réseaux et des écoulements. Cet article présente une méthode de calcul du pendage d'un plan de chevauchement en se basant sur des mesures de topographie spéléologique. Le plateau de Calern, situé dans les Alpes-Maritimes, est constitué de calcaires jurassiques avec un pendage N d'environ 15°, chevauchant des marnes du Crétacé. L'aven du Calernaüm, est une grande cavité développant plus de 15 km, traversant ces calcaires jurassiques et permettant d'observer le plan de chevauchement au contact des marnes sur une surface de 12 ha. Des mesures *in situ* ont été réalisées pour évaluer le pendage du plan de chevauchement entre le calcaire et les marnes. Un modèle 3D a été construit pour en déterminer le pendage moyen. Cette méthode permet de reconstruire des couples de visées azimut/pente à partir de trois points voisins. Une approche mathématique a été utilisée ensuite pour déterminer

l'équation du plan de chevauchement. Les différentes méthodes de calcul montrent des valeurs de pendage relativement constantes (env. 23° ±3° vers le N), mais avec des variations significatives dans l'azimut, suggérant une ondulation du plan de contact ou des déformations associées à des failles. La qualité des résultats dépend fortement de la précision et de la densité des points de mesure topographiques.

MOTS-CLEFS : topographie spéléologique, modélisation 3D, géologie structurale, géométrie de réservoir karstique, hydrogéologie karstique.

ABSTRACT: CALCULATION OF THE DIP OF A THRUST PLANE OVER A LARGE AREA: CALERNAÜM SHAFT, ALPES-MARITIMES, FRANCE. The study of structural discontinuities is essential for understanding the geometry of karst massifs and aquifers, as well as the orientation of underground networks and flows. This article presents a method for calculating the dip of a thrust plane based on cave survey data. The Calern plateau,

in the Alpes-Maritimes, France, is built of Jurassic limestones with a N dip of around 15°, overthrust above Cretaceous marls. Calernaüm Shaft, over 15 km long, cuts through these Jurassic limestones, enabling to observe the overthrust plane at the marls contact over an area of 12 ha. In-situ measurements were taken to assess the dip of the thrust plane between limestone and marls. A 3D model was built to determine its mean dip. This method enables the reconstruction of azimuth/dip pairs from three neighboring points. A mathematical approach was then used to determine the equation of the overthrust plane. The different calculation methods show relatively constant dip values (approx. 23° ±3° to the N), but with significant variations in azimuth, suggesting undulations of the overthrust plane or fault-related deformations. The quality of the results is highly dependent on the accuracy and density of the topographic survey stations.
KEY-WORDS: cave survey, 3D modelling, structural geology, karst reservoir geometry, karst hydrogeology

Introduction

La mesure de pendage de discontinuités structurales (pendage des couches, niveaux-repères stratigraphiques, fractures, plan de chevauchement, etc.) est une acquisition de base en géologie et en hydrogéologie karstique, pour la compréhension de la géométrie d'un massif, d'un aquifère, d'un environnement où se développent des réseaux souterrains, connus ou supposés. Le rôle de ces discontinuités dans l'orientation des écoulements et des conduits est bien connu, que ce soit très localement

ou plus largement à l'échelle du système karstique. Dans le cas d'un plan de chevauchement, ce type de structure affecte généralement un système karstique dans son ensemble, et l'on peut en première approche supposer qu'il s'agit d'une géométrie plane. Cependant, dans le détail, de telles structures sont affectées d'irrégularités, d'ondulations, de décalages par failles, qui ont de fait une importance capitale dans l'orientation des chemins de drainage souterrains.

Dans cet article, nous proposons une étude détaillée d'un plan de chevauchement, rendue possible par la

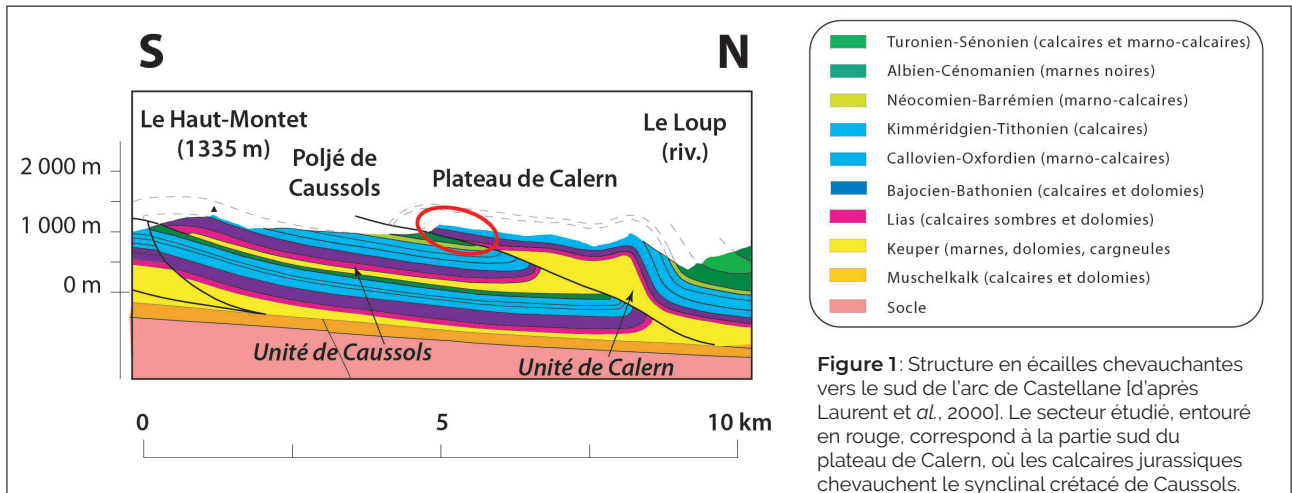


Figure 1: Structure en écaillés chevauchantes vers le sud de l'arc de Castellane [d'après Laurent et al., 2000]. Le secteur étudié, entouré en rouge, correspond à la partie sud du plateau de Calern, où les calcaires jurassiques chevauchent le synclinal crétaé de Caussols. *Overthrust slices to the south of the Castellane Arc [after Laurent et al., 2000]. The area studied, circled in red, corresponds to the southern part of the Calern plateau, where Jurassic limestones overthrust the Cretaceous Caussols syncline.*

présence de plusieurs kilomètres de conduits connus, développés au contact de ce chevauchement et sur une surface significative. Nous nous appuyons sur des levés topographiques de qualité permettant d'exclure des sources d'erreurs significatives liées à l'acquisition des données topographiques. Il a été en effet possible de réaliser un nombre conséquent de mesures, permettant de définir la géométrie de ce plan de chevauchement, et surtout d'identifier la présence « d'anomalies », que nous interprétons comme des déformations affectant la régularité de ce plan.

Le plateau de Calern est situé à une dizaine de kilomètres au nord de Grasse (Alpes-Maritimes). Il est l'une des nombreuses écaillés de chevauchement de l'arc de Castellane, et concerne une surface de calcaires jurassiques d'environ 15 km², qui est affectée d'un pendage nord d'environ une vingtaine de degrés (figure 1). Il possède la particularité de chevaucher les marnes plus récentes du Crétaé de l'écaillé inférieure du plateau de Caussols [Jourdon et al. 2014 ; Laurent et al., 2010].

L'aven du Calernaüm, découvert en 1986, est une des grandes cavités des Alpes-Maritimes, avec une vingtaine de kilomètres de développement en 2025. La découverte d'un passage-clé en 1989 a permis l'exploration d'un vaste réseau traversant les 200 m de calcaires jurassiques du plateau jusqu'aux marnes sur lesquelles ils reposent. Plus d'un kilomètre de galeries, taillées dans les marnes, avec un plafond calcaire plan ont ainsi été découvertes et topographiées (figures 2, 3 et photo page IV de couverture).

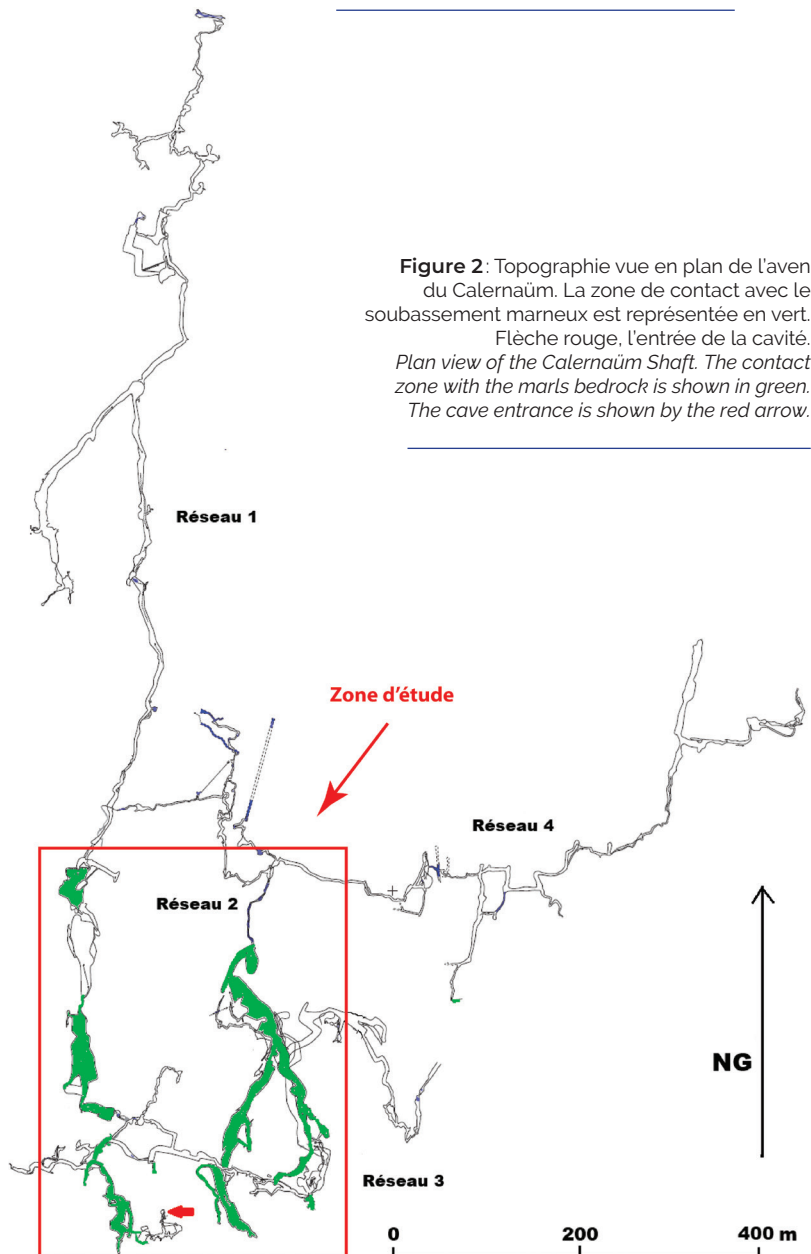
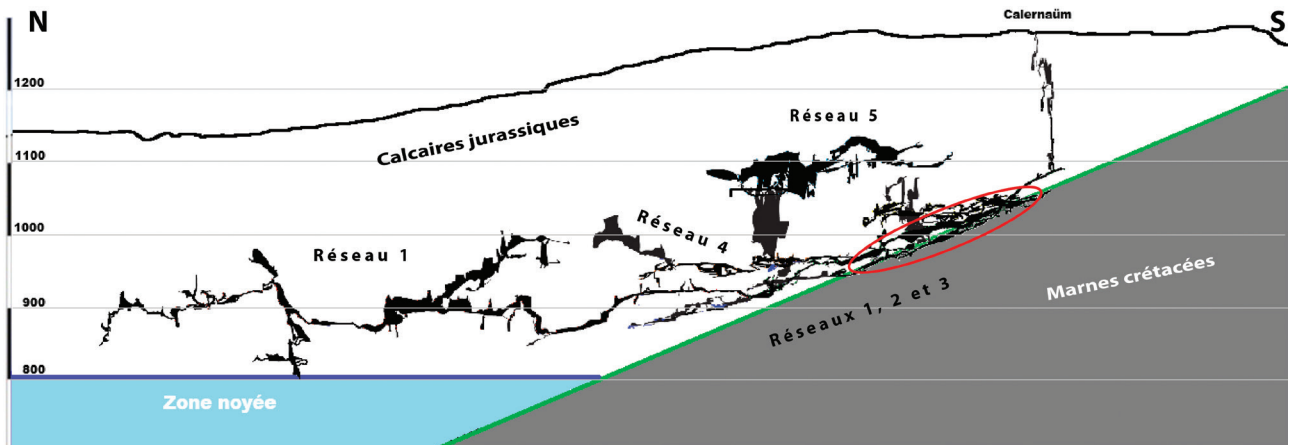


Figure 2: Topographie vue en plan de l'aven du Calernaüm. La zone de contact avec le soubassement marneux est représentée en vert. Flèche rouge, l'entrée de la cavité. *Plan view of the Calernaüm Shaft. The contact zone with the marls bedrock is shown in green. The cave entrance is shown by the red arrow.*



Le reste du réseau est creusé de façon plus classique dans la masse calcaire [Nobécourt, 2010].

Cette situation particulière permet d'observer sur 12 ha le plan de chevauchement avec le contact calcaire / marnes [Gilli, 1991].

I. Les techniques de mesure aux instruments

Par deux points passe une droite et une seule, surtout si les deux points sont bien alignés (Pierre Dac)

A. La technique simple

Une technique simple et rapide du relevé du pendage d'un plan (strate, miroir de faille, plan de contact, etc.) consiste à faire un relevé direct sur le terrain à partir d'un clinomètre et d'un compas. Toutefois, trouver la pente maximale exacte n'étant pas toujours évident (est-on sûr de mesurer le maximum de la pente ?), l'opérateur va généralement opérer en plusieurs étapes :

- rechercher avec son clinomètre l'horizontale (donc une pente de 0°);
- puis sur cette direction mesurer l'azimut (au compas),
- ajouter 90° à la mesure pour obtenir l'azimut du pendage de son plan;
- retrouver sur le terrain cet azimut qu'il a calculé à l'aide de son compas;
- reprendre son clinomètre et mesurer la pente sur cette même direction.

Cette technique assez simple permet d'obtenir une première estimation de la mesure de pendage (azimut/pente) moyennant les erreurs de mesures, erreurs potentiellement amplifiées par un contexte physique compliquant la prise des mesures (par exemple s'il y a un obstacle visuel dans l'axe de la mesure, ou si la surface mesurée présente des irrégularités).

B. La double visée

Pour résoudre certains problèmes de mesures sur le terrain liés à la première solution (accessibilité et positionnement de l'opérateur), une seconde technique consiste à effectuer une double visée azimut/pente. Cela se base sur les règles de géométrie édictant que par 3 points dans l'espace passent un et un seul plan, ou que 2 vecteurs définissent un plan.

Figure 3: Coupe projetée sur un axe N-S des réseaux du plateau de Calern. Le secteur étudié de l'aven du Calernaüm correspond aux réseaux 1 et 2 développés à la base des calcaires jurassiques (entouré en rouge), en contact avec le soubassement marneux, le long du plan de chevauchement.

N-S projected profile of the Calern Plateau cave system. The studied area of the Calernaüm Shaft corresponds to the Réseaux 1 and 2 developed at the base of the Jurassic limestones (circled in red), in contact with the marly bedrock, along the thrust plane.

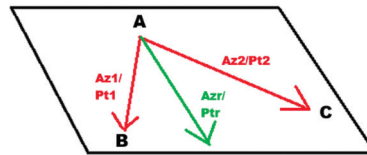


Figure 4: Principe de la double visée divergente pour calculer la pente et l'orientation d'un plan. *Principle of double divergent measures to calculate the slope and orientation of a plane.*

À partir des 2 azimuts et de 2 pentes des visées faites sur le terrain (flèches rouges), une formule de calcul permet d'obtenir les 2 paramètres recherchés : azimut et pente du pendage du plan (flèche verte) (figure 4).

Soit Az_1, Pt_1 et Az_2, Pt_2 , les 2 couples azimut/pente de nos visées, le résultat recherché est le couple (Az_r, Pt_r) obtenus par la formule suivante, tous les angles étant exprimés en degrés. Pour la lisibilité des formules, nous utiliserons les variables de travail V_x, W_x et N_x :

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \sin(Az_1) \cdot \cos(Pt_1) \\
 V_2 &= \cos(Az_1) \cdot \cos(Pt_1) \\
 V_3 &= \sin(Pt_1) \\
 W_1 &= \sin(Az_2) \cdot \cos(Pt_2) \\
 W_2 &= \cos(Az_2) \cdot \cos(Pt_2) \\
 W_3 &= \sin(Pt_2) \\
 N_1 &= V_2 \cdot W_3 - V_3 \cdot W_2 \\
 N_2 &= V_3 \cdot W_1 - V_1 \cdot W_3 \\
 N_3 &= V_1 \cdot W_2 - V_2 \cdot W_1 \\
 \text{si } N_3 < 0 \text{ alors } N_1 &= -N_1 ; N_2 = -N_2 ; N_3 = -N_3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Pt_r &= -\arccos(N_3) \\
 Az_r &= 90 - \arctan2(N_1, N_2)
 \end{aligned}$$

Cette technique donne de bons résultats, mais possède une contrainte : l'écart angulaire entre les 2 visées (Az_1 et Az_2), doit être proche de 90°, sinon la formule amplifie

Situation	N° de station topo.	Remarques	Mesures (Az° / Pendage°)	Résultat (Az° / Pendage°)
Base du Goliath (dernier puits)	P35	Visée approximative (contact pas net)	117,6 / 7,4 29,5 / -26,4	13 / -27,4
Galerie Odyssée (carrefour)	Odb1		134,6 / 15,1 51,8 / -18,5	8,5 / -24,7
Bas Éléphant Galerie (R2)	R2elb41		51,6 / -9,2 326,2 / -16,5	352 / -19,5
Mammoth Galerie (R2), entrée annexe AA	R2mmh16	Plafond en voûte, prise de l'axe moyen. Mesure médiocre	211,2 / 24,5 152,4 / 17,1	20,7 / -41,9
Mammoth Galerie (R2), rivière après le camp	R2mmj36		118,2 / 16,4 205,4 / 13,8	336,4 / -21,4
Mammoth Galerie (R2), rivière après le camp	R2mmj37	Petit affluent à gauche	275,6 / -4,2 195,7 / 18,8	354,1 / -21,6
Mammoth Galerie (R2), rivière après le camp	R2mmj37	Autre combinaison de visées	275,6 / -4,2 169,1 / 18,9	353,3 / -25,2
Mammoth Galerie (R2), avant la clue	R2mmj42	Zone plane du plafond, 12 m avant la Clue	219,5 / 1,2 127,4 / 26,4	312,0 / -26,5
Mammoth Galerie (R2), avant la clue	R2mmj49	Zone concave, 5 m avant la Clue. Prise de visée moyenne de 8 à 10 m de long	76,4 / -3,2 164,0 / 29,8	352,0 / -30,0

Tableau 1 : Détail des levés topographiques ayant servi à calculer le pendage du plan de chevauchement. Les stations sont localisées en figure 16. *Details of the topographic surveys used to calculate the dip of the thrust plane. Stations are located in figure 16.*

l'erreur de mesure et génère une erreur sur le résultat, qui peut devenir très importante. Un test de sensibilité a été réalisé sur l'impact des erreurs de mesure (pente et azimuth) dans le résultat calculé. Il y apparaît que l'erreur augmente (pour un même bruit de mesure) lorsque l'écart entre les 2 visées s'éloigne des 90° ; d'autre part, l'erreur sur les levés de pente pèse beaucoup plus (en ordre de grandeur) que l'erreur sur les azimuths. C'est l'azimut du pendage (Az_p) qui est très impacté (en cas d'erreur sur la pente), beaucoup plus que la pente (Pt_p). Au-dessus de 80° d'écart entre les visées, le résultat est bon, entre 70 et 80° il est acceptable. En dessous de 60°, l'erreur sur la pente devient prohibitive (10-20°, voire plus). Une feuille de calcul montrant ces dérives est disponible sur demande. En multipliant les mesures et les observations, nous pouvons éliminer les erreurs de mesure grossières et faire ressortir une tendance globale (figures 8 et 9).

Enfin, il n'est pas obligatoire de faire les 2 visées à partir du même point de départ (visée AB et AC). Pour faciliter la mesure et obtenir un bon angle entre les visées, il peut être judicieux de faire des visées à partir de points différents, pourvu que l'on soit toujours sur le même plan de référence (visée AB et CD). Les règles de géométrie sont toujours respectées et les formules de calcul valides.

C. Mesure in situ

En utilisant cette technique, plusieurs mesures ont été réalisées *in situ*, sur le plan de contact calcaire / marnes, pour mesurer le pendage de la couche calcaire faisant office de plafond de la galerie parcourue par le spéléologue (tableau 1 et photo page IV de couverture).

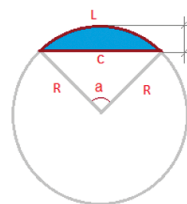
Une dizaine de mesures ont été faites et les valeurs obtenues varient d'une façon importante, montrant des irrégularités locales ou des erreurs liées à la qualité de mesure. La variation est plus importante sur l'azimut (de 312° à 13°) que sur le pendage des strates (de 20 à 30°).

Cela montre bien les limites de cette technique de mesures locales, contraintes par la qualité des mesures, l'instabilité du modèle mathématique, et les irrégularités

locales du plan de contact que nous essayons de mesurer, irrégularités que nous avons effectivement observées à l'œil nu dans certaines galeries.

II. Des plafonds calcaires courbes

En plusieurs points de la cavité, nous pouvons observer que le plafond calcaire des galeries qui a été en contact avec les marnes avant leur érosion en ce point (créant alors la galerie), ne sont pas plans, mais courbes. Ils forment un arrondi visible à l'œil nu. C'est le cas du bas de Mammoth Galerie (avant le lieu-dit du « Camp »), ou de façon plus marquée, au bout de Mammoth, juste à l'entrée de la Clue (localisation en figure 11). Si au bas de la grande galerie de Mammoth, le plafond fait un léger cintre dans l'axe de la galerie, au niveau de la Clue, le plafond qui suit une pente de l'ordre de 30° (mesure faite sur le terrain par la technique des doubles visées et présentée dans le tableau 1), marque une courbure bien visible tant sur le plan horizontal que sur le plan vertical (dans l'axe du pendage). Le rayon de courbure est relativement important, de l'ordre de 80 m : la hauteur (du segment) étant de l'ordre de 10 cm pour une corde d'environ 8 m (figure 5). La formule de calcul est : $R = c^2 / (8h) + h/2$.



L - longueur de l'arc
h - hauteur
c - corde
R - rayon
a - angle

Figure 5 : Représentation géométrique des paramètres de calcul du rayon de courbure, appliqués aux plafonds des galeries du Calernaüm. *Geometric representation of the parameters used to calculate the radius of curvature, applied to the ceilings of the Calernaüm galleries.*

III. Calcul plus global

Comme cette cavité nous permet de parcourir plusieurs galeries le long du plan de chevauchement au contact calcaire / marnes (réseaux 1 et 2), nous avons pu construire un modèle 3D des galeries via leur topographie systématique, et ainsi disposer des coordonnées 3D de multiples points d'observations (ou de mesure). La précision de la topographie a pu être estimée grâce à de multiples bouclages topographiques permettant de mesurer les écarts (ou erreurs) de coordonnées entre le point de départ et celui d'arrivée, tout en réduisant cet écart par un système de compensation des erreurs. Sur notre périmètre d'étude, l'erreur absolue (X+Y+Z) est de l'ordre de 2 à 3 m (et même seulement de 1 m la moitié du temps), avec un pourcentage d'erreur souvent proche de 1 %. L'erreur en Z est globalement inférieure à 1 m, et s'accroît ponctuellement à 2 m. Après correction par compensation des erreurs, nous pouvons estimer que la précision de nos coordonnées est de l'ordre de 1 m. Nous avons sélectionné 44 points de mesure (ou d'observation), distants jusqu'à plusieurs centaines de mètres les uns des autres, afin de pouvoir établir un pendage moyen qui

s'affranchirait de petites variations locales ou de mesures approximatives. L'ensemble de la zone d'observation est un rectangle de 300 par 400 m de côté (figure 2).

Pour chaque point, nous allons donner le nom de la station topo, ses coordonnées X, Y, Z, ainsi que l'altitude du point de contact, généralement au plafond de la galerie (tableau 2).

En prenant 2 points, on construit un vecteur azimut/pente (figure 6). En multipliant les combinaisons, nous générons un grand nombre de visées (vecteurs) dans toutes les directions de ce plan, qui donnent un nuage de points dont l'ensemble devrait donner une courbe correspondant (en théorie) à une portion de sinusé avec un pendage maximal lorsque celui-ci est pris dans la bonne direction (le pendage du plan), et nul lorsque l'azimut est perpendiculaire au pendage maximal.

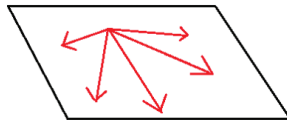
La série de points pour calculer « l'azimut-pente » entre ces points pris deux à deux et compilée, puis triée

Tableau 2 : Coordonnées calculées des stations le long du plan de chevauchement.
Calculated coordinates of stations along the overthrust plane.

Station topographique	X	Y	Z	Z contact	Remarque
p36	-26,9	-26,9	-188,7	-188,7	Bas du Goliath
pc2	-16,7	-31,7	-187,4	-187,4	Bas du Goliath
oda2	-39,0	-24,4	-189,7	-189,7	Bout de l'Odyssée
pc15	-37,7	-19,0	-192,7	-192,7	Carrefour Odyssée
oda10	-50,8	-41,4	-185,5	-185,5	Bout Odyssée supérieur
oda20	-57,1	22,0	-213,8	-213,8	Carrefour Odyssée supérieur et inférieur
oda33	-59,5	39,9	-228,3	-228,3	Galerie Odyssée
oda36	-75,0	62,3	-238,1	-236,1	Carrefour Odyssée (zone plate)
odb1	-72,3	70,1	-239,8	-239,8	Suite Odyssée
odb5	-59,4	85,9	-245,9	-246,9	Odyssée avant le méandre final
r1gd5	-52,8	117,7	-257,1	-257,1	Début galerie du Dolmen
r1gd20	-85,5	126,7	-264,0	-259,0	Galerie du Dolmen avant grande salle
r1gd35	-83,7	171,7	-271,6	-271,6	Galerie du Dolmen, puits plafonnière, lèvres du puits
r1gd27	-77,4	176,7	-284,5	-277,8	Galerie du Dolmen, puits plafonnière, au sol
r1gdb17	-86,4	231,4	-306,9	-304,9	Galerie du Dolmen, après le P8
r1gdb20	-77,0	255,2	-310,3	-307,5	Galerie du Dolmen, avant la salle des Magots
r1gdb21	-84,1	277,5	-317,2	-313,4	Galerie du Dolmen, avant la salle des Magots
r1gdc23	-95,8	374,6	-355,5	-356,5	Galerie du Dolmen, après la salle des Magots, sous la trémie
r1gdc19	-94,7	383,5	-358,9	-358,4	Galerie du Dolmen, après la salle des Magots, sous la trémie
r1gdc17	-80,6	384,2	-359,6	-359,6	Galerie du Dolmen, passage au-dessus de la mini-clue
r1ps20	-73,8	406,0	-363,8	-363,8	Galerie du Dolmen perte du S4, début
r1ps1	-61,2	450,5	-373,1	-373,1	Galerie du Dolmen, au S4
r2abb0	-6,6	49,8	-237,5	-233,5	Ali-Baba, amont oublié
r2mmg8	56,1	56,0	-242,1	-242,1	Mammouth, amont, début affluent ouest
r2mmg21	67,3	53,9	-246,7	-246,7	Mammouth, descente sous Ali-Baba
r2mmg5	77,5	12,9	-230,9	-230,9	Mammouth, amont, milieu amont principal
r2mmh22	126,1	180,2	-304,6	-304,6	Mammouth, avant la trémie sous la salle du camp
r2mmh25	118,7	174,5	-298,0	-298,0	Mammouth, début shunt vers le camp
r2mmj36	79,3	265,1	-332,7	-332,3	Mammouth, après le camp, vers la clue, en rejoignant la rivière
r2mmj38	72,7	250,2	-327,6	-327,6	Mammouth, après le camp, vers la clue, en rejoignant la rivière

Station topographique	X	Y	Z	Z contact	Remarque
r2mmj41	90,6	286,1	-334,2	-333,2	Mammouth, à l'entrée de la clue, sur le bord droit
r2mmj49	109,4	298,7	-334,9	-334,1	Mammouth, à l'entrée de la clue, sur le bord droit
r2mmi78	119,7	215,6	-307,8	-307,8	Mammouth, salle du camp, bordure gros actif au plafond
r2mmb1	97,6	78,7	-252,1	-252,1	Galerie Éléphanteau, partie haute
r2mmh10	100,3	101,9	-266,2	-266,2	Galerie Éléphanteau, partie basse
r2elb40	147,4	194,6	-309,1	-308,0	Galerie Éléphant, partie basse
r2elb42	152,9	176,2	-302,8	-300,4	Galerie Éléphant, un peu plus haut
r2elb49	160,41	112,41	-278,12	-277,12	Galerie Éléphant, au niveau de l'affluent
r3abb43	170,6	13,5	-239,0	-239,0	Ali-Baba, pointe Est, en bas de la trémie, au contact
r3abb7	130,1	38,2	-231,0	-241,0	Ali-Baba, P11 de jonction avec le dédale
r3dda4	134,92	47,97	-243,13	-243,13	Dédale, début de galerie après le P11
r3dda28	180,77	77,59	-259,28	-258,38	Dédale, dans la zone d'effondrement, méandre menant à la salle borgne.
r3ddb57	184,33	94,30	-266,27	-266,27	Dédale, salle borgne en bas du P8
r3ddb53	175,82	105,34	-271,64	-271,64	Dédale, salle borgne en bas du P8, fond de la perte

Figure 6: Calcul d'une série de vecteurs dans le plan de chevauchement à partir d'une série de stations aux coordonnées XYZ connues.
Calculation of a series of vectors in the overthrust plane from a series of stations with known XYZ coordinates.



selon l'azimut (en ordonnée), du plus petit au plus grand, est restituée sur la figure 7. En orange, nous avons la courbe de moyenne mobile obtenue par une équation du 4^e degré sur les valeurs calculées (points orange). En bleu, une portion de sinusoïde correspondant à la fonction suivante approximée : $f(x) = \cosinus(x + Az) * Pt$, le couple Az/Pt correspondant à l'azimut/pente recherchée.

Supposant des valeurs de pente de 25° et d'azimut de 15° représentées par les points bleus, on observe que

la moyenne mobile (courbe orange) colle assez bien à la courbe théorique (points bleu) calculée pour ce pendage de 25° et cet azimut de 15°. Ainsi nous pourrions proposer qu'en moyenne, le plan de chevauchement calcaire / marnes se fait selon un pendage de 25° avec une orientation de 15° par rapport au nord géographique.

A. Reconstruction de visées azimut-pente

Si la méthode de calcul précédente est intéressante en première approche, nous pouvons essayer de la réutiliser à partir des 2 vecteurs de visée, et en multipliant les combinaisons.

En prenant 3 points voisins situés sur ce plan de chevauchement et disposés grossièrement à 90° les uns des autres, nous pouvons reconstruire des couples de visées azimut/pente qui pourront nous permettre de calculer le pendage du plan de chevauchement selon la formule vue plus haut. Nous présentons les calculs réalisés à partir des données présentées ci-dessus.

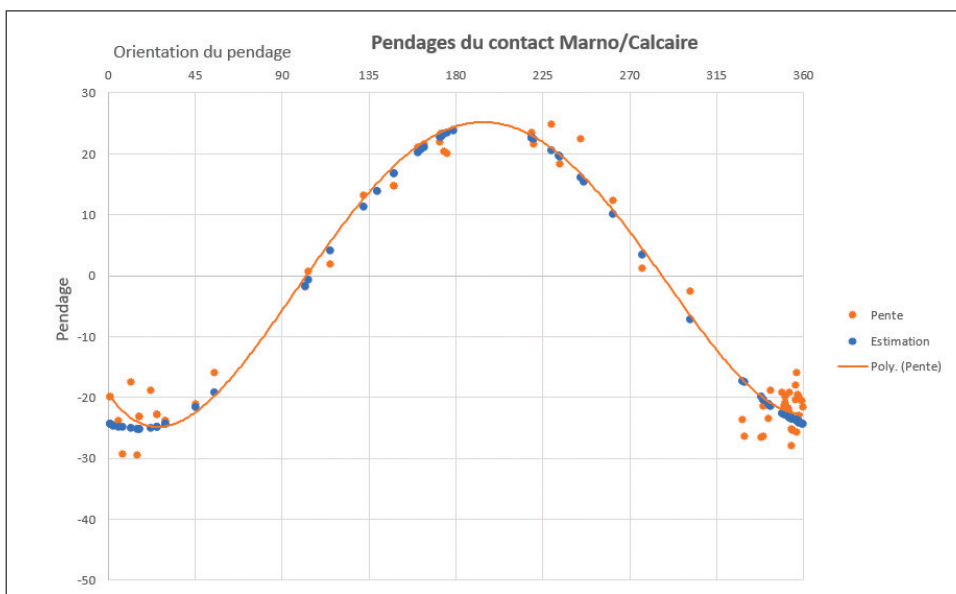


Figure 7: Pendage du plan de chevauchement au contact calcaire/marnes.
Overthrust plane dip at limestone/marls contact.

1. Fonctions mathématiques

Soit 3 points A, B et C, de coordonnées :

A : (X_a, Y_a, Z_a)

B : (X_b, Y_b, Z_b)

C : (X_c, Y_c, Z_c)

Distance X-Y entre A et B :

$$D_{xy} = \text{racine}((X_a - X_b)^2 + (Y_a - Y_b)^2)$$

L'angle (azimut) de B vers A est :

$$\text{Angle} = \text{acos}((Y_b - Y_a) / D_{xy}) * 180 / \pi()$$

Angle =

si $(D_{xy} > 0)$

si $(X_b > X_a)$

modulo (Angle;360)

Sinon

si $(X_b < X_a)$

modulo (- Angle;360)

Sinon

modulo (Angle;360)

Sinon (si nous avons $X_a = X_b$ et $Y_a = Y_b$)

0

Pour le calcul de la pente :

Distance X-Y-Z entre A et B :

$$D_{xyz} = \text{racine}((X_a - X_b)^2 + (Y_a - Y_b)^2 + (Z_a - Z_b)^2)$$

L'angle (pente) de B vers A est :

$$\text{Pente} = \text{asin}((Z_b - Z_a) / D_{xyz}) * 180 / \pi()$$

Après avoir calculé ce vecteur AB

(azimut/pente) à partir des coordonnées

(X_a, Y_a, Z_a) et (X_b, Y_b, Z_b) , nous pouvons refaire ce même calcul pour le vecteur AC à l'aide des coordonnées (X_a, Y_a, Z_a) et (X_c, Y_c, Z_c) .

2. Résultats

Nous obtenons 18 couples de visées azimut/pente qui ont permis chacun de calculer un angle de pendage maximum et son azimut. En présentant ces deux nuages de points nous voyons que si l'orientation du pendage (azimut) reste assez stable, fluctuant entre 10 et 20°, l'estimation du pendage semble plus fluctuante : de 20 à 36° (figure 8).

Comme nous l'avons dit, les fonctions mathématiques de calcul du pendage à partir de 2 visées sont assez instables et sujettes à d'importantes variations lorsque les 2 angles de mesures s'écartent de l'optimal, à savoir 90°. C'est un problème mathématique connu. Cette instabilité mathématique n'affecte que peu le calcul de l'orientation (azimut), qui a une répartition homogène autour de 15°.

Le calcul de la pente est plus instable et montre une forte variation des résultats, dès que l'écart entre les deux visées s'éloigne des 90° (figure 9). Nous voyons les points calculés qui font une sorte de parabole dont le sommet se situerait autour de 22°. Les 7 points de résultats « les plus fiables » donnent une valeur de pendage entre 20 et 24°. Cette technique de calcul nous donne donc un pendage d'environ 22° selon un azimut de 15°. Cette valeur est sensiblement identique à celle obtenue par la première approche, qui nous donnait 25° de pendage pour 15° d'azimut.

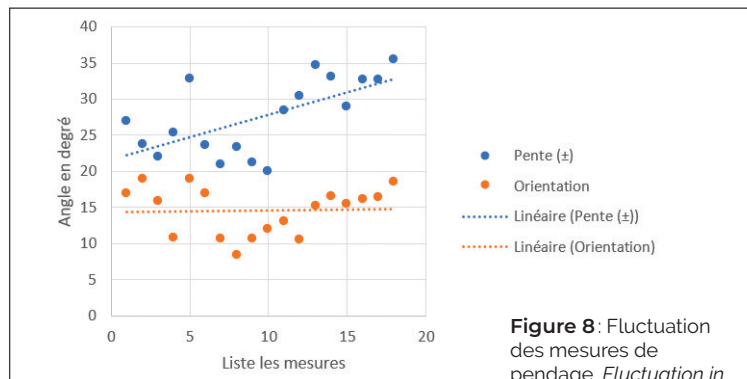


Figure 8 : Fluctuation des mesures de pendage. Fluctuation in dip measurements.

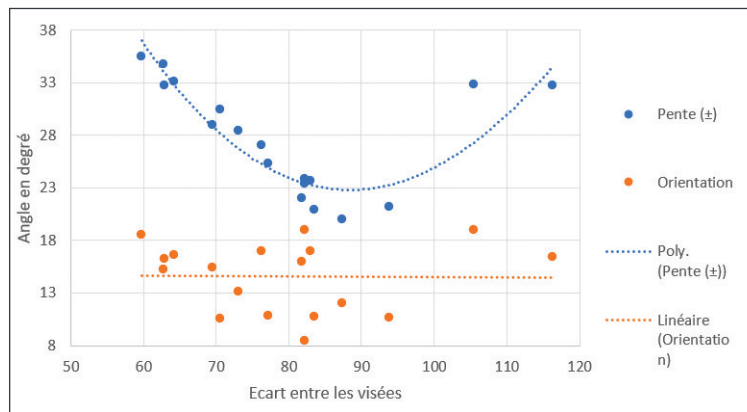


Figure 9 : Évolution de la valeur du pendage en fonction de l'écart de l'angle des visées. Trend in dip value as a function of measurement angle deviation.

3. Contrôle sur la topographie

Si nous effectuons un contrôle sur la topographie de la cavité, en la projetant sur l'axe 15° (suivant un axe de projection de $15 + 90 = 105^\circ$), nous observons que les 3 grands réseaux parallèles et creusés au contact des marnes, à savoir galerie du Dolmen (réseau 1), Mammouth Galerie (réseau 2) et Éléphant Galerie (réseau 2) se superposent bien dans le plan de projection (figure 10). La galerie de l'Odysée, elle aussi au contact des marnes, est également alignée avec les trois autres galeries.

Nous observons que la salle des Magots est au-dessus du contact calcaire/marnes. Ceci s'explique par l'effondrement des strates calcaires et la remontée du niveau du sol au-dessus de ce contact. Nous observons également que deux courtes galeries (difficilement visibles ici), qui sont exactement sur le plan de chevauchement (l'affluent d'Éléphant, et la galerie interstrate qui la précède, dans le Dédale) sont 4 à 5 m au-dessus du plan contrôlant des grandes galeries précédemment citées. C'est normal, les grandes galeries (Dolmen, Mammouth, Éléphant) sont surcreusées au détriment des marnes, et leur point bas est situé plusieurs mètres au-dessus du plan de chevauchement. Cette projection confirme que le plan de chevauchement s'oriente, au moins sur ce périmètre, sur un axe de +15° par rapport au nord. Nous observons enfin que la trémie située en aval de la salle des Magots (réseau 1), juste avant la galerie des Druides et qui affleure le niveau marneux, se trouve, elle aussi, sur le plan de chevauchement (figure 11). Les calculs suivants vont confirmer ce point.

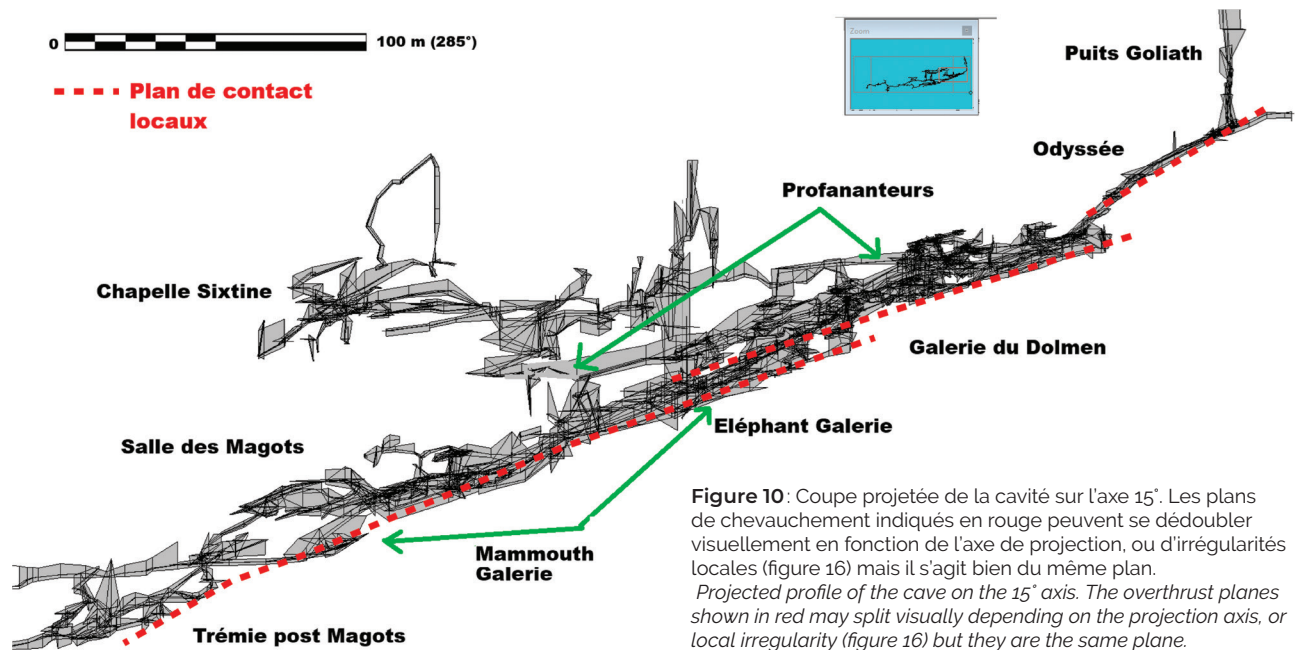


Figure 10 : Coupe projetée de la cavité sur l'axe 15°. Les plans de chevauchement indiqués en rouge peuvent se dédoubler visuellement en fonction de l'axe de projection, ou d'irrégularités locales (figure 16) mais il s'agit bien du même plan.
Projected profile of the cave on the 15° axis. The overthrust planes shown in red may split visually depending on the projection axis, or local irregularity (figure 16) but they are the same plane.

B. Calcul du plan de contact

Disposant des coordonnées 3D d'un ensemble de points, nous pouvons développer une autre technique plus mathématique et plus fine. Nous allons calculer l'équation mathématique du plan de contact, et ensuite projeter les points observés sur ce plan et mesurer la distance de chaque point au plan.

1. Formules de calcul

L'équation de notre plan peut s'écrire : $aX + bY + cZ + d = 0$

Pour calculer les inconnus a, b, c, d, nous allons utiliser les 2 valeurs connues de notre plan de contact, à savoir l'azimut et la pente du pendage (Az et Pt). Pour cela nous allons utiliser les règles de géométrie dans l'espace.

Nous allons prendre trois points, A (X_a, Y_a, Z_a), B (X_b, Y_b, Z_b), et C (X_c, Y_c, Z_c), qui sont sur ce plan, et résolvent

donc l'équation du plan. Pour simplifier les calculs, nous allons calculer l'équation d'un plan parallèle au plan recherché et passant par le centre du repère. Une fois les paramètres a, b et c identifiés, nous n'aurons qu'à modifier le d pour déplacer verticalement le plan et le positionner définitivement en Z sur le plan de contact.

Nous fixons A au centre du repère. Nous avons ainsi $X_a = Y_a = Z_a = 0$ et donc $d = 0$. Nous pouvons fixer arbitrairement $a = 1$ (car dans cette équation, avec $d = 0$, les paramètres b et c peuvent s'écrire sous la forme d'un multiple du paramètre a). Ce qui nous donne un système de 2 équations à 2 inconnues que nous pouvons résoudre :

$$X_b + bY_b + cZ_c = 0 \text{ et } X_c + bY_c + cZ_c = 0$$

Ce qui nous donne :

$$b = (cZ_c + X_c) / (-Y_c)$$

$$c = (X_b Y_c - X_c Y_b) / (Z_c Y_b - Z_b Y_c)$$

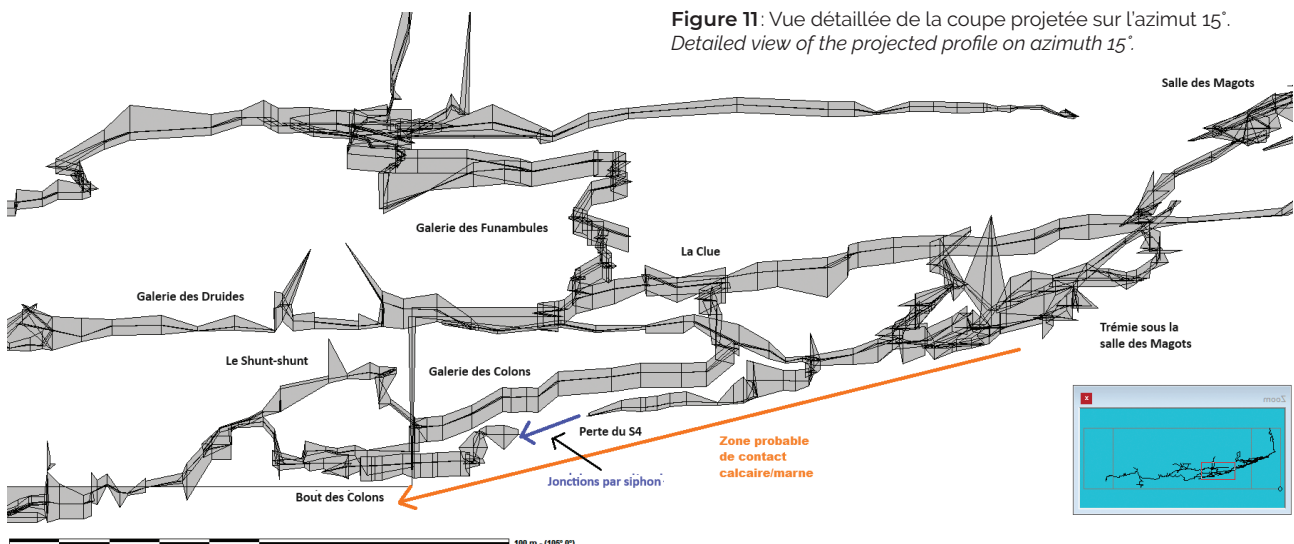


Figure 11 : Vue détaillée de la coupe projetée sur l'azimut 15°. *Detailed view of the projected profile on azimuth 15°.*

Nous avons une contrainte forte : certaines valeurs doivent être non nulles :

- $Y_c \neq 0$
- $Z_c \neq 0$
- $Z_b Y_c \neq Y_b Z_c$

Sinon nous aurons des erreurs de calcul et de résultat (division par 0). Ce qui signifie concrètement que le point C ne doit pas être sur l'axe des Y à l'horizontale ($Y_c = 0$ et $Z_c = 0$). Mais surtout que nos 3 points ne doivent pas être alignés.

En prenant notre point A aux coordonnées (0,0,0) comme indiqué plus haut, le point C au bout d'une visée azimuth = 15° et pente = -22° (comme calculé précédemment), avec une longueur arbitraire de 20 m, nous pouvons calculer ses coordonnées :

- $X_c = lg * \sin(Az) * \cos(Pt) = 4,80$;
- $Y_c = lg * \cos(Az) * \cos(Pt) = 17,91$;
- $Z_c = lg * \sin(Pt) = -7,49$.

Nous prenons B en visée perpendiculaire à AC (donc horizontale avec $Z_b = Z_c$) donc ses coordonnées sont :

- $X_b = lg * \cos(Az) = 19,32$
- $Y_b = lg * \sin(Az) = -5,19$
- $Z_b = Z_c = 0$.

Nous avons alors nos 3 points dans l'espace et nous pouvons calculer l'équation du plan avec les coefficients : $a = 1$; $b = 3,73$ et $c = 9,56$

La distance de chaque point au plan s'obtient via l'équation :

$$d = (aX + bY + cZ) / \text{racine}(a^2+b^2+c^2)$$

En calculant ce résultat pour tous nos points de contact, nous obtenons une série de distances dont nous prenons la moyenne pour obtenir notre dernier paramètre d :

$$d = -\text{moy}((aX + bY + cZ) / \text{racine}(a^2+b^2+c^2))$$

L'équation complète dans notre cas est donc :

$$X + 3,73 Y + 9,56 Z + 200,00 = 0$$

2. Affinage du modèle

Maintenant que nous avons l'équation complète du plan théorique (le plan qui a l'équation la plus proche du nuage de points mesurés), nous pouvons calculer la distance de chaque point au plan. Pour cela nous utilisons la formule :

$$K = (aX + bY + cZ) / \text{racine}(a^2+b^2+c^2) + d$$

Nous pouvons alors calculer la moyenne et l'écart-type des distances de cette série de valeur ($m = \text{moyenne}(\text{abs}(k))$). Avec un azimuth de 15° et une pente de -22° nous obtenons :

- Moyenne des distances au plan : 3,99 m
- Écart-type : 3,37
- Min : 0,05
- Max : 13,17

Grâce à un tableur, il est facile de faire varier nos deux paramètres initiaux (l'azimuth et la pente du plan théorique) et ainsi de faire plusieurs simulations, pour regarder si une légère variation du pendage et de l'azimuth n'améliorerait pas la moyenne des distances au plan (la valeur m que nous avons calculée). Cela revient à minimiser une équation à 2 paramètres que nous pouvons faire très simplement en fixant 1 paramètre et en faisant varier le second, puis en inversant les rôles. Nous pouvons ainsi trouver une équation plus optimale pour le plan de contact, et en réduisant autant l'écart maximal observé, proche de 13 m, que l'écart moyen (m).

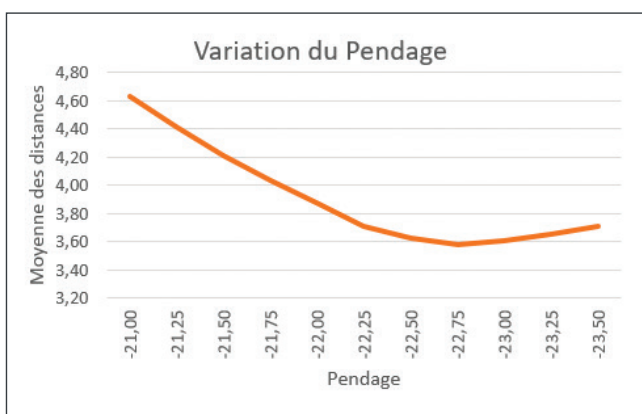
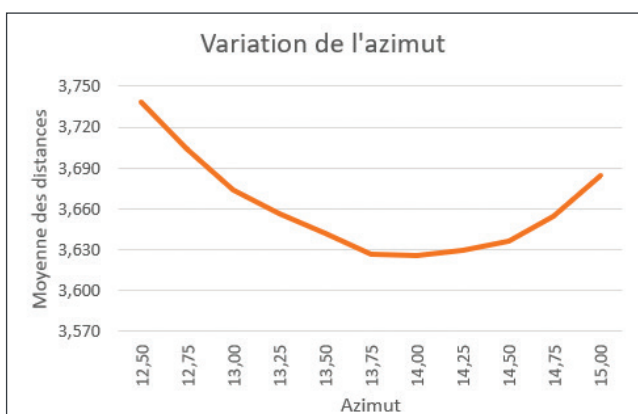
En faisant varier la valeur du pendage, nous pouvons améliorer l'écart moyen, de même avec l'azimuth. Ainsi, de façon empirique, nous obtenons par le calcul un couple $Az = 13,75^\circ$ et $Pt = -22,75^\circ$ qui nous donne un écart moyen plus faible (3,60 contre 3,99) et un écart-type de 2,82 contre 3,37 (figure 12). Nous avons ainsi, par le calcul mathématique optimisé, notre estimation du pendage.

3. Gérer les cas particuliers

En regardant le nuage de points de la distance entre le point de contact calcaire/marnes au plan théorique calculé plus haut, nous constatons que la répartition semble relativement homogène avec un écart de ± 4 m pour les différents points, à quelques exceptions près (figure 13).

Si nous regardons cette même répartition sur un axe est-ouest (donc globalement perpendiculaire au pendage), nous observons une répartition toujours rela-

Figure 12 : Évolution de la distance au plan en fonction des angles de pendage et d'azimuth. Evolution of distance to plane as a function of dip and azimuth angles.



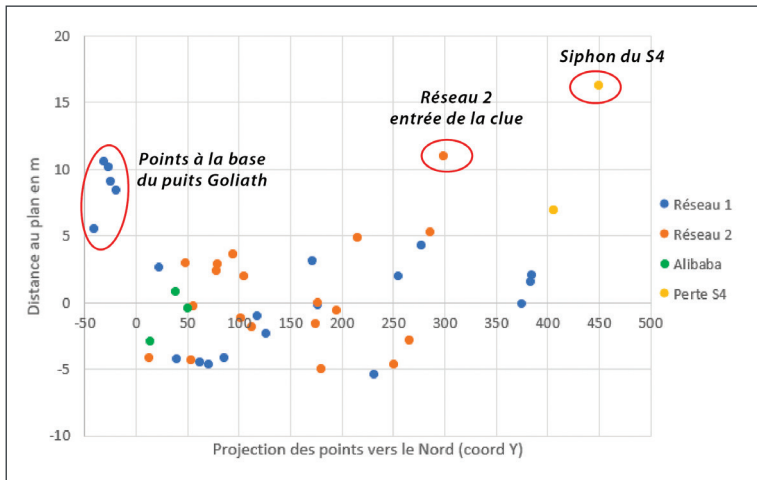
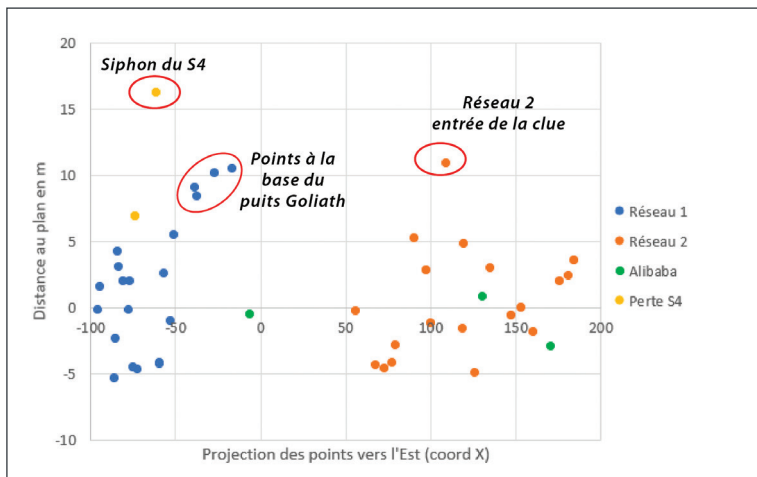


Figure 13: Distance des points au plan théorique, après projection sur un axe nord-sud. *Distance of the points from the theoretical plane, after projection on a north-south axis.*

Figure 14: Distance des points au plan théorique, après projection sur un axe est-ouest. *Distance of the points from the theoretical plane, after projection on an east-west axis.*



tivement homogène, à l'exception des mêmes 3 groupes de points (figure 14).

Le point du Siphon 4 avait été intégré à titre d'hypothèse, du fait que cette perte se localise au contact calcaire / marnes (ou proche de ce contact), sans avoir pu être vérifié *in situ*. Ce résultat semble invalider notre hypothèse initiale, il doit se situer significativement plus haut que le plan de contact. Pour les 4 points pris à la base du puits Goliath ou à proximité, nous pourrions émettre l'idée qu'une erreur topographique aurait faussé la mesure en Z. Cela est tout de même peu probable, car ce tronçon de galerie a fait l'objet de plusieurs bouclages topographiques qui n'ont révélé que de faibles écarts (< 1 m), alors que pour ces points nous avons près de 10 m d'écart avec le plan de pendage théorique.

Nous allons émettre une seconde hypothèse : la présence de 2 plans de pendages différents (ou d'une fluctuation locale du pendage à moyenne échelle).

4. Séparation des réseaux

Pour vérifier l'hypothèse de variations locales du plan de contact, nous pouvons réitérer ces calculs en

séparant les points du réseau 1 (Odyssee et galerie du Dolmen) de ceux du réseau 2 (Mammouth galerie et Éléphant + Dédale). Nous obtenons une réduction significative des écarts de distance avec le nouveau plan de contact calculé (figure 15 et tableau 3).

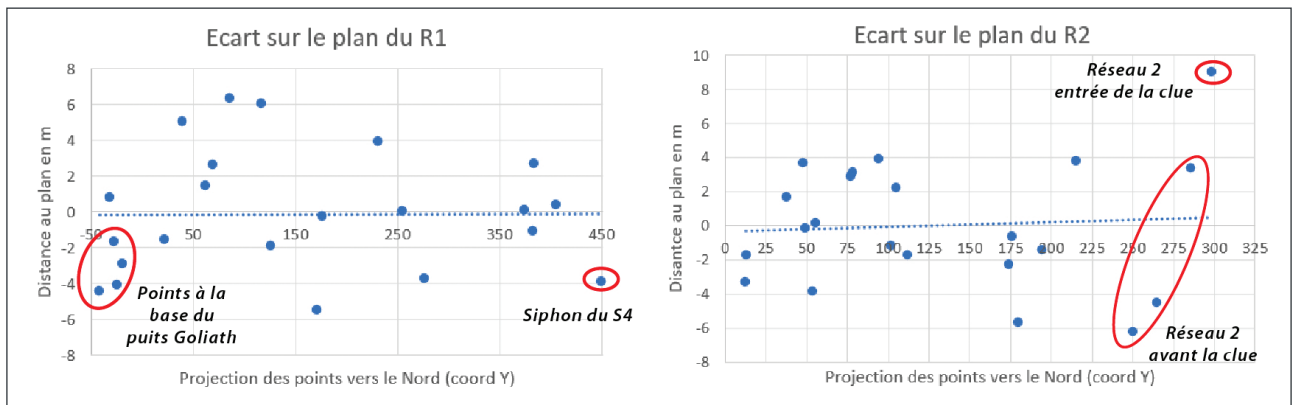
Nous observons que si la valeur du pendage évolue peu entre le premier calcul global et le second par branche de réseau, l'azimut de ce pendage change beaucoup, essentiellement pour le réseau 1 qui révèle une rotation vers l'ouest de presque 45°. En comparant avec les valeurs obtenues par les autres modes de calculs (sur la figure 7, azimut 15°, pendage 25°), nous sommes toujours dans les mêmes ordres de grandeur, mais avec une meilleure précision liée à un calcul plus global et une optimisation des moyennes d'erreur (plus faciles par le calcul que sur une lecture de graphique).

Ce nouvel azimut résout ainsi l'incohérence pour le groupe de points que nous avons à la base des puits, tout en réduisant sensiblement la moyenne et les écarts-types des points au plan théorique. De même, ayant noté des différences locales d'orientation du pendage lors des mesures topographiques *in situ*, nous retrouvons ici ces variations de ce pendage à plus large échelle. Cela pourrait montrer l'existence d'une « ondulation » sur le plan de contact, oblique à l'axe moyen de pendage (figure 16).

Notons la forte dérive qui persiste au niveau du dernier point à l'entrée de la Clue, et un écart s'accroissant entre les 4 derniers points avant la Clue. Dans ce secteur linéaire et relativement plat de la cavité, directement sur le plan de contact, une erreur de relevés topographique ne peut expliquer seule ces valeurs éloignées.

Cela laisse supposer la présence d'un « phénomène local » supplémentaire de variation du pendage. Un nouveau calcul basé sur une sous-partie des points du R2, la dizaine de points les plus proches de la Clue (du carrefour Mammouth / Éléphant - le Camp jusqu'à la Clue) nous donnent une amélioration très sensible avec une forte variation du pendage (de -22 à -16°), mais surtout une rotation à l'ouest du pendage, moins forte que pour le réseau 1, mais de 20° tout de même (figure 16). Rappelons que c'est justement dans ce secteur de la Clue que nous avons observé une courbure du plafond avec un rayon estimé à 80 m. Une modification du plan de contact dans ce secteur est donc assez probable.

D'autres regroupement/assemblages de points (entre les réseaux 1 et 2 par exemple), pourraient nous donner d'autres résultats et combinaisons dont il n'est pas exclu qu'ils soient encore plus pertinents. Cependant, nous pouvons vite nous heurter au problème du nombre de mesures et de leur répartition dans l'espace, qui entraînerait inmanquablement des biais de calculs. Cette méthode de segmentation a ainsi ses limites.

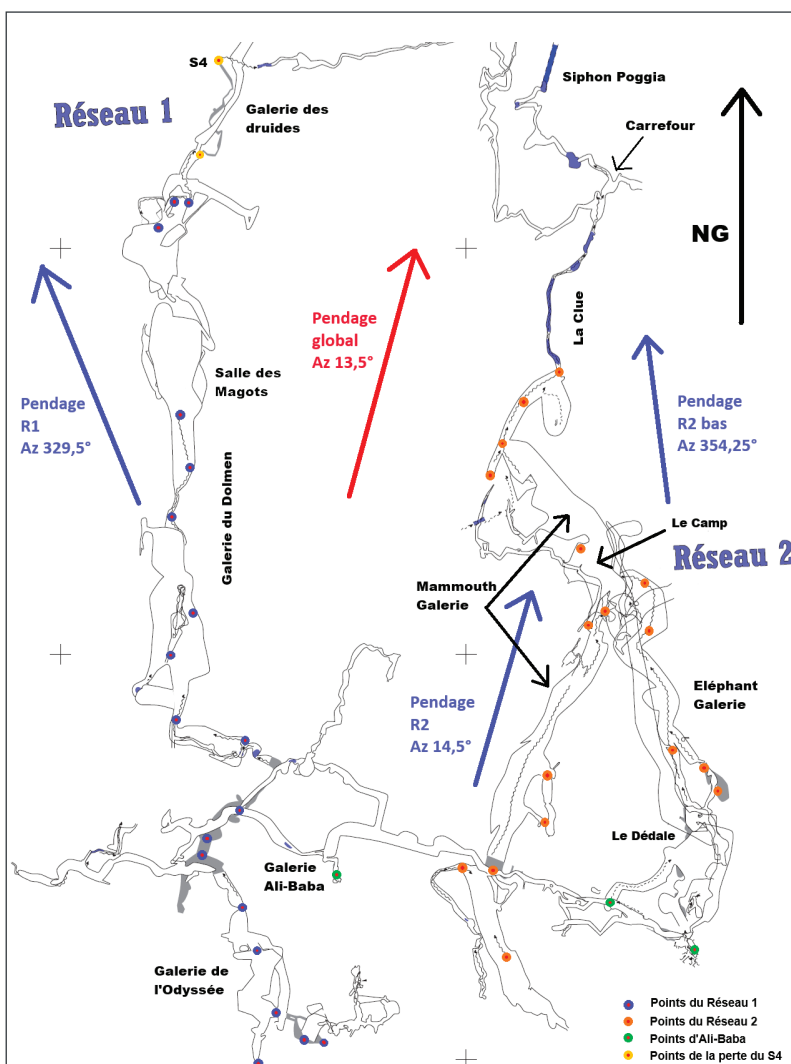


	Azimut	Pendage	Moyenne	Écart-Type	Min.	Max.
Plan global	13.75	-22.75	3.60	2.824	0.032	10.933
Plan du R1	329.5	-23.5	2.800	2.001	0.010	6.335
Plan du R2	14.5	-22.25	3.016	2.173	0.030	9.086
Plan R2 bas	354.25	-16.25	2.520	1.452	0	4.750

Figure 15: Distance des points au plan théorique, après projection sur un axe nord-sud par sous-réseau. *Distance of points from the theoretical plane, projected on a north-south axis by subnetwork.*

Tableau 3: Valeurs calculées des couples Az/Pendage et leurs écarts de distribution en subdivisant par sous-réseau. *Calculated values of Az/Dip pairs and their distribution deviations, subdivided by sub-network.*

Figure 16: Position des points de relevés et axes de pendages calculés. Les couleurs des stations renvoient à la figure 13. *Position of survey points and calculated dip axes. The colors of survey stations refer to figure 13.*



Les pendages calculés sur notre secteur d'étude, avec le positionnement des points de mesure, sont reportés sur la topographie en plan (figure 16).

On remarque que ces différences de pendage du plan de contact que nous venons de calculer expliquent probablement les fortes variations d'orientations des galeries taillées au contact calcaire/marnes, dont on aurait pu attendre a priori plus de régularité de tracé.

5. Synthèse

Les valeurs du pendage global évoluent peu d'une méthode de calcul à l'autre (de 20 à 25°). L'incertitude et l'instabilité des calculs impactent plus l'orientation de ce pendage (l'azimut) que sa pente. Ce problème se pose aussi bien pour le calcul via 2 visées, qui devient instable dès que l'angle est un peu trop aigu, que pour le redécoupage du périmètre de calcul du plan de contact en sous-secteurs, qui dans notre exemple, entraîne une faible variation de la pente ($\pm 1^\circ$, sauf le cas particulier), mais une plus forte variation de la direction de ce pendage ($> 40^\circ$).

Conclusion

Les différentes techniques et méthodes de calculs de pendage présentées ici (par visée directe, calculée, ou reconstruction 3D) ont toutes leurs avantages et limites. L'instabilité des résultats liés aux erreurs de mesures

est un problème qui s'amplifie lorsque le plan que l'on cherche à mesurer... n'est pas plan !

L'intérêt du calcul à partir d'un modèle 3D et d'un ensemble de mesures est qu'il peut gommer des petites irrégularités locales et donner une valeur moyenne sur un large périmètre. Il permet également de mettre en évidence une ondulation plus large du plan de contact que l'on essaie de mesurer si l'on dispose de suffisamment de points répartis dans l'espace. Car la grande contrainte physique de cette technique est de disposer d'un réseau dense et étendu de points d'observations (ou de marqueurs physiques, ici le contact calcaire / marnes) pour pouvoir disposer de points 3D de modélisation du plan ou de cette surface pseudo-plane.

Nos différents calculs montrent un pendage globalement de l'ordre de 23° de pente pour un azimut de 14° (tableau 4 et figure 16). Nous avons aussi mis en évidence des variations locales qui permettent de conclure que, dans cet exemple « le plan de chevauchement calcaire / marnes n'est PAS plan ». Ce qui est tout à fait observable sur le terrain au niveau des surfaces de glissement (qui montrent des irrégularités ponctuelles), mais impossible à appréhender plus largement, en dehors d'une modélisation et d'un calcul à partir d'un modèle 3D, même simplifiés. Définir le modèle précis de cette ondulation nécessiterait de multiplier les points de mesure pour enrichir le jeu de données. Dans notre cas particulier du plan de chevauchement d'un plateau calcaire sur un soubassement marneux, cela demanderait à démultiplier les points intermédiaires dans les réseaux de galeries connues (ce qui n'est pas toujours pertinent), mais surtout à découvrir de nouvelles galeries le long de ce plan de chevauchement, afin d'élargir le périmètre d'observation, et cet aspect est beaucoup plus compliqué à obtenir.

Par ailleurs, ces « ondulations » peuvent découler en fait de failles décalant le plan de chevauchement de quelques mètres, avec des basculements des compartiments de part et d'autre des failles. Ces failles, effectivement observées, n'ont cependant pas été mesurées précisément, et leur rôle dans la déformation reste inconnu. De plus, l'observation des décalages de conduits sous terre est souvent difficile, par manque évident de recul, la zone de faille le long de laquelle se développe le conduit étant souvent affectée de flexures rendant difficile

Pendage	Azimut	Pente
Global	13,75	22,75
Réseau 1	330	23,5
Réseau 2	14,5	22,25
Réseau 2 fond	354,25	16,25
Global par calcul de visées triangle	15	25

Tableau 4 : Synthèse des résultats de géométrie du plan de chevauchement par sous-réseau. *Summary of overthrust plane geometry results by subnetwork.*

voire impossible la quantification globale du décalage au-delà des perturbations locales.

D'une manière générale, ce procédé peut être étendu à la caractérisation géométrique de toute discontinuité structurale (niveau-repère stratigraphique intermédiaire dans la série calcaire, soubassement imperméable en concordance, contact tectonique discordant comme dans le cas de Calern présenté ici), sous réserve que les réseaux spéléologiques connus aient une extension latérale suffisante (avec éventuellement des points d'observation complémentaires en surface), et que leur topographie soit d'une précision suffisante et évaluée. Cette approche peut permettre de préciser le volume et la géométrie d'un aquifère, l'extension de la surface piézométrique, ce qui était d'ailleurs la problématique initiale sur le plateau de Calern ayant suscité les calculs présentés dans cet article. Ces résultats contribuent également à une meilleure compréhension de l'organisation des réseaux et de l'hydrogéologie du plateau de Calern [Audra, 1998 ; Audra et al., 2006 ; Martin et Audra, 2002].

Le tableur ayant servi aux calculs peut être fourni sur demande au premier auteur.

Remerciements

À Xavier Pennec, pour son outil de calcul du pendage par double visée et sa précieuse formule de calcul et Alexandre Pont pour la relecture attentive de la première version.

Bibliographie

AUDRA P. 1998 - Mises en charge exceptionnelles dans le gouffre du Calernaüm (Alpes-Maritimes). Origine et conséquences du phénomène sur l'organisation des circulations profondes. *Études de géographie physique*, suppl. XXVII (Colloque "Géomorphologie quantitative et paléogéomorphologie dans les karsts du domaine méditerranéen, La Sainte-Baume), 93-100. URA 903 - CAGEP, Aix-en-Provence. <https://www.researchgate.net/publication/359222740>
 AUDRA P., GILLI É., MANGAN C. et MICHELOT N. 2006 - *Les traçages karstiques des Alpes-Maritimes*, 32 p. + carte HT. Université Nice Sophia-Antipolis. <https://www.researchgate.net/publication/260426800>

GILLI É., 1991 - Étude d'un chevauchement dans les gouffres du Calernaüm et des Baoudillouins (Cipières, Alpes-Maritimes / Fr.). *Karstologia*, 18, 39-48. https://www.persee.fr/doc/karst_0751-7688_1991_num_18_1_2269
 JOURDON A., ROLLAND Y., PETIT C. and BELLAHSEN N., 2014 - Style of Alpine tectonic deformation in the Castellane fold-and-thrust belt (SW Alps, France): Insights from balanced cross-sections, *Tectonophysics*, 633, 143-155. <https://doi.org/10.1016/j.tecto.2014.06.022>
 LAURENT O., STÉPHAN J.-F. et POPOFF M., 2000 - Modalité de la structuration miocène de la branche sud de l'arc de

Castellane (chaîne subalpines méridionales). *Géologie de la France*, 3, 33-65. https://geolfrance.brgm.fr/sites/default/files/upload/documents/gf2-3-2000_0.pdf
 MARTIN M. et AUDRA P., 2002 - Contribution à la connaissance de l'hydrogéologie karstique du plateau de Calern (Alpes-Maritimes, France). Traçage à l'aven du Moustique. *Karstologia*, 39, 23-26. <https://doi.org/10.3406/karst.2002.2492>
 NOBÉCOURT J.-C., 2010 - Le plateau de Calern, Alpes-Maritimes, un « causse » sur la Côte d'Azur, In : Audra P. (Ed.) *Grottes et karsts de France*. *Karstologia Mémoires*, 19, 230-231. <https://www.researchgate.net/publication/346722812>